t	vreme pečenja	$\delta(t) = T$
ρ	gustina mesa	$\delta(\rho) = \frac{M}{L^3}$
m	masa mesa	$\delta(m) = M$
λ	toplotna provodljivost	$\delta(\lambda) = \frac{ML}{T^3\Theta}$
C	specifični toplotni kapacitet (po jedinici mase)	$\delta(C) = \frac{L^2}{\Theta T^2}$

Korak 1:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} t & \rho & m & \lambda & C \end{array} \\ \mathcal{M} = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} T \\ M \\ L \\ \Theta \end{array} \end{array}$$

Korak 2: Odredimo $p = rang(\mathcal{M}) = 4$

Korak 3: Broj veličina (t, ρ, m, λ, C): $n = 5 \xrightarrow{\Pi \text{ teorema}} n - p = 5 - 4 = 1$ bezdimenzioni faktor Π_1.

Korak 4: Rešavamo sistem linearnih jednačina $\mathcal{M}\alpha = 0 \Longrightarrow \alpha = (1, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, 1 - 1)$

Korak 5: Formiramo bezdimenzioni faktor tako što stepenujemo odgovarajuće veličine (t, ρ, m, λ, C) na odgovarajuće stepene iz rešenja $\alpha = (1, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, 1 - 1)$:

$$\Pi_1 = \frac{t\lambda}{C\sqrt[3]{\rho m^2}}$$

Korak 6: Važi: $\Pi_1^c = \Pi_1^p$ gde se Π_1^c odnosi na ćurku, a Π_1^p na pile.

$t_c = S_t \cdot t_p$
$\rho_c = S_\rho \cdot \rho_p$ pretpostavljamo da su gustine pileta i ćurke iste, S_ρ=1.
$m_c = S_m \cdot m_p$
$\lambda_c = S_\lambda \cdot \lambda_p$ pečemo ih pod istim uslovima, S_λ=1.
$C_c = S_C \cdot C_p$, pečemo ih pod istim uslovima, S_C=1.

$$\Pi_1^c = \frac{t_c\lambda_c}{C_c\sqrt[3]{\rho_c m_c^2}} = \frac{S_t t_p \cdot S_\lambda \lambda_p}{S_C C_p \sqrt[3]{S_\rho \rho_p \cdot (S_m m_p)^2}} = \frac{S_t \cdot S_\lambda}{S_C\sqrt[3]{S_\rho \cdot S_m^2}}\Pi_1^p \Longrightarrow \frac{S_t \cdot S_\lambda}{S_C\sqrt[3]{S_\rho \cdot S_m^2}} = 1$$

$$\frac{S_t \cdot 1}{1\sqrt[3]{1 \cdot S_m^2}} = 1 \Longrightarrow \frac{S_t}{\sqrt[3]{S_m^2}} = 1 \Longrightarrow S_t = (S_m)^{2/3}$$

Korak 7: Pile od 2kg se ispeče za 2h:
$t_p = 2h$
$m_p = 2kg$
Ćurka ima 10kg:
$m_c = 10kg$

$S_m = \frac{m_c}{m_p} = \frac{10}{2} = 5$
$S_t = (S_m)^{2/3} = 5^{2/3} = \sqrt[3]{25}$
$t_c = S_t t_p = \sqrt[3]{25} \cdot 2 = 5.85h$

$$\boxed{\frac{t_1}{t_2} = (\frac{m_1}{m_2})^{2/3}}$$


Ako je Guliver bio visok 1.8m i mase 72kg, kolika je masa Liliputanaca?

h	visina	$\delta(h) = L$
m	masa	$\delta(m) = M$
ρ	gustina	$\delta(\rho) = \frac{M}{L^3}$

Korak 1:

$$\mathcal{M} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} h & m & \rho \end{array} \\ & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{array}{c} M \\ L \end{array} \end{array}$$

Korak 2: Odredimo $p = rang(\mathcal{M}) = 2$

Korak 3: Broj veličina (h, m, ρ): $n = 3 \xrightarrow{\Pi \text{ teorema}} n - p = 3 - 2 = 1$ bezdimenzioni faktor Π_1.

Korak 4: Rešavamo sistem linearnih jednačina $\mathcal{M}\alpha = 0 \Longrightarrow \alpha = (3, -1, 1)$

Korak 5: Formiramo bezdimenzioni faktor tako što stepenujemo odgovarajuće veličine (h, m, ρ) na odgovarajuće stepene iz rešenja $\alpha = (3, -1, 1)$:

$$\Pi_1 = \frac{h^3\rho}{m}$$

Korak 6: Važi: $\Pi_1^G = \Pi_1^L$ gde se Π_1^G odnosi na Gulivera, a Π_1^L na Liliputance.

$h_G = S_h \cdot h_L$, "proportion twelve to one" $S_h = 12$
$m_G = S_m \cdot m_L$
$\rho_G = S_\rho \cdot \rho_L$ pretpostavljamo da su gustine Gulivera i Liliputanaca iste, S_ρ=1.

$\Pi_1^G = \frac{h_G^3 \rho_G}{m_G} = \frac{(S_h h_L)^3 \cdot S_\rho \rho_L}{S_m m_L} = \frac{(S_h)^3 \cdot S_\rho}{S_m} \Pi_1^L \Longrightarrow \frac{(S_h)^3 \cdot S_\rho}{S_m} = 1$

$\frac{12^3 \cdot 1}{S_m} = 1 \Longrightarrow S_m = 12^2 = 1728$

Korak 7: $m_G = 1728 \cdot m_L \Longrightarrow m_L = 72/1728 = 0.0042kg = 42g$

Da li je Guliver mogao da razume/čuje Liliputance?
(prosečna frekvencija ljudskog glasa $\approx 150Hz$, ljudsko uvo može da registruje od 20-20.000Hz)

m	masa glasnih žica	$\delta(m) = M$
F	sila kojom je žica zategnuta	$\delta(F) = \frac{ML}{T^2}$
l	dužina zategnute glasne žice	$\delta(l) = L$
f	visina tona (frekvencija)	$\delta(f) = \frac{1}{T}$

Korak 1:

$$\mathcal{M} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} m & l & f & F \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ M \\ L \\ T \end{array}$$

Korak 2: Odredimo $p = rang(\mathcal{M}) = 3$

Korak 3: Broj veličina (m, l, f, F): $n = 4 \xrightarrow{\Pi \text{ teorema}} n - p = 4 - 3 = 1$ bezdimenzioni faktor Π_1.

Korak 4: Rešavamo sistem linearnih jednačina $\mathcal{M}\alpha = 0 \Longrightarrow \alpha = (-1, -1, -2, 1)$

Korak 5: Formiramo bezdimenzioni faktor tako što stepenujemo odgovarajuće veličine (m, l, f, F) na odgovarajuće stepene iz rešenja $\alpha = (-1, -1, -2, 1)$:

$$\Pi_1 = \frac{F}{mlf^2}$$

Korak 6: Važi: $\Pi_1^G = \Pi_1^L$ gde se Π_1^G odnosi na Gulivera, a Π_1^L na Liliputance.

$m_G = S_m \cdot m_L$, sračunali smo $S_m = 1728$
$F_G = S_F \cdot F_L$, isto smo građeni pa su i glasne žice istom silom zategnute $S_F = 1$
$l_G = S_l \cdot l_L$, "proportion twelve to one" $S_l = 12$
$f_G = S_f \cdot f_L$.

$\Pi_1^G = \frac{F_G}{m_G l_G f_G^2} = \frac{S_F F_L}{S_m m_L \cdot S_l l_L \cdot (S_f f_L)^2} = \frac{S_F}{S_m \cdot S_l \cdot S_f^2} \cdot \Pi_1^L \Longrightarrow \frac{S_F}{S_m \cdot S_l \cdot S_f^2} = 1$

$\frac{1}{1728 \cdot 12 \cdot S_f^2} = 1 \Longrightarrow S_f = 1/144$

Korak 7: Prosečna frekvencija ljudskog glasa je $\approx 150Hz$: $f_G = 150 \Longrightarrow f_L = S_f \cdot f_G = 150 \cdot 144 = 21600Hz$.

Žene: $f_{zene} = 260Hz$: $f_{zeneLiliputanci} = 37.000Hz$